



Práctica 7

1.- Encuentre la forma cerrada de las funciones generatrices para cada una de las sucesiones siguientes:

a.-  $a_n = a_{n-1} + 2, a_0 = 1$

b.-  $a_n = a_{n-1} + n(n-1), a_0 = 1$

c.-  $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2}, a_0 = a_1 = 1$

2.- Resuelva por funciones generatrices la recurrencia  $a_n = 3a_{n-1} - 4n + 3 \cdot 2^n, a_1 = 8$

3.- Determine las siguientes expresiones:

a.-  $(\Delta + I)(\Delta - I)(x^2 - 1)$

b.-  $(E - 2I)(E - I)(2^x + x)$

c.-  $(E+2I)(2 \operatorname{sen} 2x)$

4.- Determine la primera diferencia finita de:

a.  $3x^{(3)} + 2x^{(-2)}$

b.  $x2^{x+1}$

c.  $\sin 2x/(x+1)$

5.- Encuentre por desarrollo algebraico de las funciones factoriales dadas a continuación los polinomios asociados a éstas:

a.-  $x^{(3)} + 1$

b.-  $x^{(6)} + x^{(4)}$

6.- Utilice las siguientes fórmulas,

$$\operatorname{sen}(x) - \operatorname{sen}(y) = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

$$\cos(x) - \cos(y) = -2 \operatorname{sen}\left(\frac{x-y}{2}\right)\operatorname{sen}\left(\frac{x+y}{2}\right)$$

y determine la primera diferencia de  $\operatorname{sen}(ax)$  y  $\cos(ax)$  respectivamente.

7.- Utilice que  $\Delta^n = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (-1)^{n-i} E^i$  y verifique que  $(-1)^n \Delta^n f(0) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (-1)^i f(i)$

8.- Encuentre el polinomio factorial asociado a  $p(x) = x^5 + x^3 - x^2 + 5$

9.- Use la fórmula de Gregory-Newton para probar que la n-ésima diferencia finita de un polinomio de grado n es  $a_0 n!$  donde  $a_0$  es el coeficiente del término n-ésimo en el polinomio.

10.- Utilizando la fórmula de Gregory-Newton transforme a polinomio factorial el polinomio  $2x^4 + x^2 + 3$